FLÄCHE ZW. ZWEI FUNKTIONEN

A

Kannst du den Inhalt der Fläche berechnen, die von den Graphen von f und g eingeschlossen wird?

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

$$g(x) = -x^2 - 4x$$

Hilfestellungen zur Aufgabe findest du auf den nächsten Seiten

@instant_mathe

FLÄCHE ZW. ZWEI FUNKTIONEN

A

So solltest du vorgehen, um die Aufgabe zu lösen:

Schritt 1

Berechne die Differenzfunktion d von f und g:

$$d(x) = f(x) - g(x)$$

Schritt 2

Berechne die Nullstellen der Differenzfunktion d.

Die Nullstellen der Differenzfunktion sind gleichzeitig die Schnittpunkte der Funktionen f und g, also deine Integrationsgrenzen a und b.

Schritt 3

Stelle das zu berechnende Integral auf:

$$\int_a^b \mathrm{d}(\mathrm{x})\, \mathrm{dx}$$

instantMATHE

Schritt 4

Berechne das Integral und damit die Fläche zwischen den Funktionen f und g.

Tipp: Ist das Ergebnis negativ, müssen Betragsstriche bei der ganzen Rechnung gesetzt werden.

AUFGABEN

FLÄCHE ZW. ZWEI FUNKTIONEN

A

Lösung

Schritt 1

$$d(x) = f(x) - g(x)$$

$$d(x) = x^3 + 3x^2 - (-x^2 - 4x)$$

$$d(x) = x^3 + 3x^2 + x^2 + 4x$$

$$d(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$$

Schritt 2

$$d(x) = 0$$

$$0 = x^3 + 4x^2 + 4x$$

$$0 = x(x^2 + 4x + 4) \qquad \Longrightarrow x_1 = 0$$

$$0 = x^2 + 4x + 4$$

$$x_{2,3} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$$

$$x_{2,3} = -2 \pm \sqrt{0}$$

$$x_{2,3} = -2$$

weitere Schritte ->

Lösung

Schritt 3

$$\int_a^b \mathrm{d(x)}\,\mathrm{dx} = \int_{-2}^{0} (x^3 + 4x^2 + 4x)\,\mathrm{dx}$$

Schritt 4

$$\left|\int_{-2}^{0} (x^3 + 4x^2 + 4x)\,\mathrm{dx}\right|$$

$$= \left|\left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2\right]_{-2}^{0} = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2\right]_{-2}^{0}\right|$$

$$= |F(0) - F(-2)|$$

$$= \left|\frac{1}{4}\cdot 0^4 + \frac{4}{3}\cdot 0^3 + 2\cdot 0^2 - \left(\frac{1}{4}\cdot(-2)^4 + \frac{4}{3}\cdot(-2)^3 + 2\cdot(-2)^2\right)\right|$$

Schritt 4 geht weiter —>

Lösung

Schritt 4 *(Fortsetzung)*

$$= \left|\frac{1}{4}\cdot 0^4 + \frac{4}{3}\cdot 0^3 + 2\cdot 0^2 - \left(\frac{1}{4}\cdot(-2)^4 + \frac{4}{3}\cdot(-2)^3 + 2\cdot(-2)^2\right)\right|$$

$$= \left|0 - \left(\frac{1}{4}\cdot 16 + \frac{4}{3}\cdot(-8) + 2\cdot 4\right)\right|$$

$$= \left|0 - \left(\frac{16}{4} - \frac{32}{3} + 8\right)\right|$$

$$= \left|0 - \left(4 - \frac{32}{3} + 8\right)\right|$$

$$= \left|0 - \left(12 - \frac{32}{3}\right)\right|$$

$$= \left|0 - \left(\frac{36}{3} - \frac{32}{3}\right)\right|$$

$$= \left|0 - \left(\frac{4}{3}\right)\right|$$

$$= \left|-\frac{4}{3}\right|$$

$$= \frac{4}{3}\ F.E.$$