



Eine Tangente ist eine Gerade, die eine Funktion f in einem bestimmten Punkt berührt.

Tangente und Funktion f haben an diesem Punkt die gleiche Steigung.

Die Gleichung der Tangente t lässt sich auf zwei Wegen berechnen:

$$t(x) = m \cdot x + b$$

$$t(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

TANGENTEN BERECHNEN

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{1}{3}$.

Berechne die Gleichung der Tangente t an der Stelle $x_0 = 1$.

$$t(x) = m \cdot x + b$$

SCHRITT 1

$f(x_0)$ berechnen

Setze die gegebene Stelle in die Ausgangsfunktion $f(x)$ ein.

$$\begin{aligned} f(1) &= \frac{2}{3} \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} - 2 + \frac{1}{3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathbf{P(1 | -1)}$$

SCHRITT 2

$f'(x_0) = m$ berechnen

Bilde die Ableitung $f'(x)$...

$$f'(x) = 2x^2 - 4x$$

... und setze die gegebene Stelle für x ein.

$$\begin{aligned} f'(1) &= 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 \\ &= 2 - 4 \end{aligned}$$

$$= -2 \quad \Rightarrow \mathbf{m = -2}$$

SCHRITT 3

Setze alles in die Formel ein und stelle nach b um.

$$t(x) = m \cdot x + b$$

$$-1 = m \cdot 1 + b \quad (P \text{ eingesetzt})$$

$$-1 = -2 \cdot 1 + b \quad (m \text{ eingesetzt})$$

$$-1 = -2 + b \quad | + 2$$

$$1 = b$$

$$\Rightarrow \mathbf{t(x) = -2x + 1}$$

TANGENTEN BERECHNEN

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Tangente:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{1}{3}$.

Berechne die Gleichung der Tangente t an der Stelle $x_0 = 1$.

$$t(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

SCHRITT 1

$f(x_0)$ berechnen

Setze die gegebene Stelle in die Ausgangsfunktion $f(x)$ ein.

$$\begin{aligned} f(1) &= \frac{2}{3} \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} - 2 + \frac{1}{3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

SCHRITT 2

$f'(x_0)$ berechnen

Bilde die Ableitung $f'(x)$...

$$f'(x) = 2x^2 - 4x$$

... und setze die gegebene Stelle für x ein.

$$\begin{aligned} f'(1) &= 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 \\ &= 2 - 4 \\ &= -2 \end{aligned}$$

SCHRITT 3

Setze alles in die Formel ein: $f(x_0) = -1$, $f'(x_0) = -2$, $x_0 = 1$

$$t(x) = -1 + (-2) \cdot (x - 1) = -1 - 2x + 2$$

$$\Rightarrow t(x) = -2x + 1$$