e - Funktionen

ABLEITUNGEN

Die Ableitung der e-Funktion ist die e-Funktion:

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

Handelt es sich aber um eine e-Funktion,
die mit einer anderen Funktion verkettet oder verknüpft ist,
so werden die **Kettenregel** bzw. die **Produktregel** angewandt!

ABLEITUNGSREGELN

Kettenregel

$$f(x) = e^{u(x)}$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

*Leite die Funktion,
die im Exponenten steht, ab
und „setze sie vor das $e^{u(x)}$".*

Produktregel

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

*Leite jede der Funktionen einzeln ab
und setze die jeweilige Funktion bzw ihre
Ableitung in die Formel der Ableitung ein.*

BEISPIELE

Verkettung

*„im Nenner steht nicht
nur das x"*

$$f(x) = e^{4x}$$

$$g(x) = 3e^{-2x+1}$$

$$h(x) = e^{x^2}$$

Verknüpfung

*e^x wird mit einer weiteren
Funktion multipliziert*

$$f(x) = e^x \cdot x$$

$$g(x) = x^2 \cdot e^x$$

$$h(x) = e^x(x-1)$$

ALLGEMEINE INFOS

e - Funktionen

ABLEITUNGEN

1

KETTENREGEL

$$f(x) = e^{u(x)}$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

Leite die Funktion, die im Exponenten steht ab und „setze sie vor das $e^{u(x)}$".

BEISPIELE

$$f(x) = e^{4x}$$

Funktion im Exponenten: u(x) = 4x

Ableitung dieser Funktion: u'(x) = 4

$$f'(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

$$f'(x) = 4 \cdot e^{4x}$$

$$f'(x) = 4e^{4x}$$

$$f(x) = 3e^{-2x+1}$$

Funktion im Exponenten: u(x) = -2x+1

Ableitung dieser Funktion: u'(x) = -2

$$f'(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

$$f'(x) = -2 \cdot 3e^{-2x+1}$$

$$f'(x) = -6e^{-2x+1}$$

e - Funktionen

ABLEITUNGEN

2

PRODUKTREGEL

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Leite jede der Funktionen einzeln ab und
setze die Funktion bzw ihre Ableitung in die Formel der Ableitung ein.

BEISPIEL

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

Lege fest, welche Funktion u und welche v ist.

$$u(x) = x^2 \quad \Rightarrow u'(x) = 2x$$
$$v(x) = e^x \quad \Rightarrow v'(x) = e^x$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$$

Tipp: Klammere x aus, sodass du für die 2. Ableitung wieder ein Produkt hast.

$$f'(x) = e^x(2x + x^2)$$

ABLEITUNGEN

Verkettung und Verknüpfung in einer Funktion
=> Anwendung von Produkt- und Kettenregel

BEISPIEL

$$f(x) = x \cdot e^{-6x}$$

Anwendung der Produktregel

$$u(x) = x \qquad \Rightarrow u'(x) = 1$$
$$v(x) = e^{-6x} \qquad \Rightarrow v'(x) = ?$$

Ableiten von v(x) mit der Kettenregel

$$v(x) = e^{-6x}$$

Funktion im Exponenten: u(x) = -6x
Ableitung dieser Funktion: u'(x) = -6

$$v'(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$
$$v'(x) = -6 \cdot e^{-6x} = -6e^{-6x}$$

$$u(x) = x \qquad \Rightarrow u'(x) = 1$$
$$v(x) = e^{-6x} \qquad \Rightarrow v'(x) = -6e^{-6x}$$

$$\boldsymbol{f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)}$$
$$f'(x) = 1 \cdot e^{-6x} + x \cdot (-6e^{-6x})$$
$$f'(x) = e^{-6x}(1 + x \cdot (-6))$$
$$f'(x) = e^{-6x}(1 - 6x)$$