

Lineares Gleichungssystem

System linearer Gleichungen, die mehrere Variablen enthalten

BEISPIEL:

$$6x - 8y = -12$$

$$2x + 3y = 13$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich mit folgenden Verfahren lösen:

Additionsverfahren

- die Gleichungen werden miteinander addiert und eine Variable so eliminiert
- in beiden Gleichungen benötigt die zu eliminierende Variable den gleichen Vorfaktor, jedoch mit unterschiedlichem Vorzeichen

Einsetzungsverfahren

- eine Gleichung nach einer Variablen auflösen/umstellen
- diese in die andere Gleichung einsetzen

Gleichsetzungsverfahren

- beide Gleichungen nach der gleichen Variablen auflösen
- Gleichungen gleichsetzen

$$\text{I} \quad 6x - 8y = -12$$

$$\text{II} \quad 2x + 3y = 13$$

Additionsverfahren

SCHRITT 1

$$\text{II} \quad 2x + 3y = 13 \quad | \cdot (-3)$$

$$\text{I} \quad 6x - 8y = -12$$

$$\text{II} \quad -6x - 9y = -39$$

Verändere eine Gleichung so, dass beide Gleichungen bei einer Variablen den **selben Vorfaktor** haben (*nur mit unterschiedlichem Vorzeichen*).

SCHRITT 2

$$\text{I} \quad 6x - 8y = -12$$

$$\text{II} \quad -6x - 9y = -39 \quad] +$$

$$\hline 0x - 17y = -51$$

$$\Rightarrow \quad -17y = -51$$

Addiere jede Komponente der ersten Gleichung mit der zugehörigen Komponente der zweiten Gleichung.

SCHRITT 3

$$-17y = -51 \quad | : (-17)$$

$$y = 3$$

Stelle die Gleichung nach der übrig gebliebenen Variablen um.

$$\text{I} \quad 6x - 8y = -12 \quad | y = 3 \text{ einsetzen}$$

$$6x - 8 \cdot 3 = -12 \quad | -8 \cdot 3 \text{ ausrechnen}$$

$$6x - 24 = -12 \quad | + 24$$

$$6x = 12 \quad | : 6$$

$$x = 2$$

Berechne die zweite Variable durch Einsetzen des berechneten Wertes in eine der Gleichungen.

$$\text{I} \quad 6x - 8y = -12$$

$$\text{II} \quad 2x + 3y = 13$$

Einsetzungsverfahren

SCHRITT 1

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 6x - 8y &= -12 && | + 8y \\ 6x &= -12 + 8y && | : 6 \\ \underline{x} &= -2 + \frac{8}{6}y \end{aligned}$$

Löse eine der Gleichungen nach einer der Variablen auf.

SCHRITT 2

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 2x + 3y &= 13 \\ \text{für } x \text{ eingesetzt} \\ 2 \cdot \left(-2 + \frac{8}{6}y \right) + 3y &= 13 && | \text{Klammer auflösen} \\ -4 + \frac{8}{3}y + 3y &= 13 \\ -4 + \frac{17}{3}y &= 13 && | + 4 \\ \frac{17}{3}y &= 17 && | : \frac{17}{3} \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Setze die umgestellte Gleichung in die andere Gleichung ein (*die du nicht aufgelöst hast*).

Stelle nach der übrig gebliebenen Variablen um.

SCHRITT 3

$$\begin{aligned} \underline{x} &= -2 + \frac{8}{6}y && | y = 3 \text{ einsetzen} \\ x &= -2 + \frac{8}{6} \cdot 3 && | \frac{8}{6} \cdot 3 \text{ berechnen} \\ x &= -2 + 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Berechne die zweite Variable durch Einsetzen des berechneten Wertes in die **aufgelöste Gleichung**.

$$\text{I} \quad 6x - 8y = -12$$

$$\text{II} \quad 2x + 3y = 13$$

Gleichsetzungsverfahren

SCHRITT 1

Löse beide Gleichungen nach der gleichen Variablen auf.

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 6x - 8y &= -12 && | + 8y \\ 6x &= -12 + 8y && | :6 \\ x &= -2 + \frac{8}{6}y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 2x + 3y &= 13 && | - 3y \\ 2x &= 13 - 3y && | :2 \\ x &= \frac{13}{2} - \frac{3}{2}y \end{aligned}$$

SCHRITT 2

Setze beide errechneten Gleichungen miteinander gleich und löse nach der übrig gebliebenen Variablen auf.

$$\begin{aligned} -2 + \frac{8}{6}y &= \frac{13}{2} - \frac{3}{2}y && | + 2 \\ \frac{8}{6}y &= \frac{13}{2} + 2 - \frac{3}{2}y \\ \frac{8}{6}y &= \frac{17}{2} - \frac{3}{2}y && | + \frac{3}{2}y \\ \frac{8}{6}y + \frac{3}{2}y &= \frac{17}{2} \\ \frac{17}{6}y &= \frac{17}{2} && | : \frac{17}{6} \\ y &= 3 \end{aligned}$$

SCHRITT 3

Berechne die zweite Variable durch Einsetzen des berechneten Wertes in eine der **aufgelösten Gleichungen**.

$$\begin{aligned} x &= \frac{13}{2} - \frac{3}{2}y && | y = 3 \text{ einsetzen} \\ x &= \frac{13}{2} - \frac{3}{2} \cdot 3 && | - \frac{3}{2} \cdot 3 \text{ berechnen} \\ x &= \frac{13}{2} - \frac{9}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$