

Mithilfe der quadratischen Ergänzung kann die Normalform in die Scheitelpunktform überführt werden:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Normalform

$$f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$$

Scheitelpunktform

Es handelt sich hierbei immer noch um die gleiche Funktion, nur in einer anderen Darstellungsform.

----- hierfür notwendige Grundlagen -----

### 1. & 2. BINOMISCHE FORMEL

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Du musst die Binomischen Formeln „rückwärts“ anwenden und ergänzen können.

Beispiele

„vorwärts“

$$\begin{aligned}(x + 4)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 \\ &= x^2 + 8x + 16\end{aligned}$$

„rückwärts & ergänzen“

$$\begin{aligned}x^2 + 8x + \underline{\quad} &= (x + \underline{\quad})^2 \\ x^2 + 8x + (8:2)^2 &= (x + \underline{\quad})^2 \\ x^2 + 8x + 4^2 &= (x + 4)^2 \\ x^2 + 8x + 16 &= (x + 4)^2\end{aligned}$$

$$f(x) = x^2 + 12x + 28$$

Normalform

$$f(x) = x^2 + 12x + 28$$

*hier ist kein Faktor ( $\neq 1$ ) vor dem  $x^2$*

### SCHRITT 1

Faktor vor dem  $x^2$   
ausklammern  
(wenn dieser  $\neq 1$  ist)

$$f(x) = x^2 + 12x + \left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2 + 28$$

$$f(x) = x^2 + 12x + 36 - 36 + 28$$

### SCHRITT 2

Quadratische Ergänzung  
( $b^2$  addieren und wieder  
subtrahieren)

$$f(x) = (x^2 + 12x + 36) - 36 + 28$$

$$f(x) = (x + 6)^2 - 36 + 28$$

$$f(x) = (x + 6)^2 - 8$$

### SCHRITT 3

- Binomische Formel  
„rückwärts“ anwenden
- Zusammenfassen  
(hier  $-36 + 28$ )

@instant\_mathe

$$f(x) = (x + 6)^2 - 8$$

Scheitelpunktform

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 8$$

Normalform

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 8$$

$$f(x) = 2[x^2 - 6x] + 8$$

### SCHRITT 1

Faktor vor dem  $x^2$   
ausklammern  
(wenn dieser  $\neq 1$  ist)

$$f(x) = 2\left[x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2\right] + 8$$

$$f(x) = 2[x^2 - 6x + 9 - 9] + 8$$

### SCHRITT 2

Quadratische Ergänzung  
( $b^2$  addieren und wieder  
subtrahieren)

$$f(x) = 2[(x^2 - 6x + 9) - 9] + 8$$

$$f(x) = 2[(x - 3)^2 - 9] + 8$$

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 18 + 8$$

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 10$$

### SCHRITT 3

- Binomische Formel  
„rückwärts“ anwenden
- Zusammenfassen  
(hier  $-18 + 8$ )

@instant\_mathe

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 10$$

Scheitelpunktform