

Vektoren

Vektoren werden geometrisch als **Verschiebungen** (*Translationsen*) in der Ebene oder im Raum interpretiert. Sie werden durch einen Pfeil gekennzeichnet. (*Pfeile gleicher Länge und Richtung kennzeichnen den gleichen Vektor.*)

BEISPIELE

1 Verschiebungen in der Ebene

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{dieser Vektor ist ein **Zahlentupel**, also für zwei Dimensionen (Ebene)}$$

Verschiebung von Punkt P zu Punkt Q

- 2 Einheiten in Richtung der x_1 -Achse (*nach rechts*)
 - 3 Einheiten in Richtung der x_2 -Achse (*nach oben*)
- diese Verschiebung wird als **Vektor von P nach Q** bezeichnet

2 Verschiebungen im Raum

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{dieser Vektor ist ein **Zahlentripel**, also für drei Dimensionen (Raum)}$$

Verschiebung von Punkt A zu Punkt B:

- -1 Einheit in Richtung der x_1 -Achse (*nach hinten*)
 - 3 Einheiten in Richtung der x_2 -Achse (*nach rechts*)
 - 2 Einheiten in Richtung der x_3 -Achse (*nach oben*)
- diese Verschiebung wird als **Vektor von A nach B** bezeichnet

Statt x_1 , x_2 und x_3 werden die Achsen teilweise auch mit x , y und z beschriftet.

Punkt & Ortsvektor

Zeichnet man vom Koordinatenursprung $O(0 | 0 | 0)$ einen Pfeil zum Punkt $P(x_1 | x_2 | x_3)$, so entsteht der Vektor \overrightarrow{OP} :

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x_1 - 0 \\ x_2 - 0 \\ x_3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

\overrightarrow{OP} wird als **Ortsvektor des Punktes P** bezeichnet.

Jedem Punkt (in der Ebene oder im Raum) lässt sich eindeutig ein Ortsvektor zuweisen. Dieser hat dann immer seinen Anfangspunkt im Ursprung.

BEISPIEL

$P(-2 | 1 | 3)$ Punkt

$\Rightarrow \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ zugehöriger Ortsvektor

Achte immer auf die Schreibweise:

Möchtest du einen Punkt oder einen Vektor darstellen?

GRUNDLAGEN

Vektor berechnen

Zur Berechnung des Vektors zwischen den Punkten $A(a_1 | a_2 | a_3)$ und $B(b_1 | b_2 | b_3)$, wird der Ortsvektor zum Punkt A vom Ortsvektor zum Punkt B subtrahiert:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

BEISPIEL

$$A(1 | -2 | 0) , B(4 | 0 | -3)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 0 - (-2) \\ -3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Vektor von A nach B:

- 3 Einheiten in Richtung der x_1 -Achse (*nach vorne*)
- 2 Einheiten in Richtung der x_2 -Achse (*nach rechts*)
- -3 Einheiten in Richtung der x_3 -Achse (*nach unten*)

ALLGEMEINE INFOS