

BINOMIALKOEFFIZIENT

Der Binomialkoeffizient „n über k“ gibt an, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, aus einer Menge mit n Objekten k bestimmte Objekte zu ziehen.

Mithilfe des Binomialkoeffizienten lässt sich eine der Grundaufgaben der Kombinatorik lösen:

Zufallsversuch ohne zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge.

„n über k“ lässt sich durch folgenden Bruch berechnen:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Das „!“ heißt „Fakultät“ wird wie folgt berechnet:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Beispiel:

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

BINOMIALKOEFFIZIENT

Die folgenden Rechenregeln/Regelmäßigkeiten solltest du dir merken:

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

BEISPIELE

$$\binom{7}{0} = 1$$

$$\binom{7}{1} = 7$$

$$\binom{7}{7} = 1$$

BINOMIALKOEFFIZIENT

Berechne den Wert des Binomialkoeffizienten „5 über 3“

$$\binom{5}{3}$$

$$= \frac{5!}{3! \cdot (5 - 3)!}$$

$$= \frac{5!}{3! \cdot \underline{2!}}$$

$$= \frac{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5}{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 1 \cdot 2}$$

$$= \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2}$$

$$= \frac{20}{2}$$

$$= 10$$

Schritt 1

Setze n und k in die Formel ein.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

und fasse n - k zusammen.

Schritt 2

Schreibe die Fakultäten („!“) aus.

Schritt 3

Kürze und berechne.



BINOMIALKOEFFIZIENT

Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus einem Skatspiel (32 Karten) ein Blatt aus 10 Karten zu ziehen?

Schritt 1

Entnimm die Werte für n und k aus der Aufgabe.

$$n = 32$$

$$k = 10$$

Schritt 2

Setze n und k in die Formel ein: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$

$$\binom{32}{10}$$

Schritt 3

Berechne den Wert des Binomialkoeffizienten.

$$= \frac{32!}{10! \cdot (32 - 10)!}$$

$$= \frac{32!}{10! \cdot 22!}$$

$$= 64\,512\,240$$

Es gibt 64 512 240 Möglichkeiten, 10 Karten zu ziehen.

BINOMIALKOEFFIZIENT

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, im Lotto zu gewinnen?
(Es gibt 49 Lottokugeln und 6 Zahlen werden angekreuzt.)

Schritt 1

Entnimm die Werte für n und k aus der Aufgabe.

$$n = 49$$

$$k = 6$$

Schritt 2

Setze n und k in die Formel ein: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$

$$\binom{49}{6}$$

Schritt 3

Berechne den Wert des Binomialkoeffizienten.

$$= \frac{49!}{6! \cdot (49 - 6)!}$$

$$= \frac{49!}{6! \cdot 43!}$$

$$= 13983816$$

Schritt 4

Stelle die Wahrscheinlichkeit auf: $\frac{1}{\text{alle Möglichkeiten}}$

Die Wahrscheinlichkeit, die richtige Zahlenkombination aus allen 13983816 Möglichkeiten zu raten, beträgt $\frac{1}{13983816}$.