Stochastik

ERWARTUNGSWERT

Der Erwartungswert ist (bei einer großen Zahl von Durchführungen eines Zufallsexperiments) eine Prognose für den Mittelwert.
Er gibt also an, welcher Wert im Durchschnitt zu erwarten ist.

Für eine Zufallsgröße X mit den Werten $x_1, x_2, \ldots, x_n$ wird der Erwartungswert wie folgt definiert:

$$\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n \cdot P(X = x_n)$$

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ sind die Werte der Zufallsgröße X
$P(X = x_i)$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert x_i annimmt

Typische Anwendungsbeispiele sind Lotterien und Glücksspiele, in denen ein bestimmter Einsatz eingezahlt und ein möglicher Gewinn ausgezahlt wird.
Der Erwartungswert ist hier der Gewinn, den jeder Teilnehmer durchschnittlich pro Spiel gewinnt oder verliert.

ALLGEMEINE INFOS

Stochastik

ERWARTUNGSWERT

1

Bei einem Glücksspiel wird einmal gewürfelt. Der Einsatz beträgt 1€. Wenn eine „1“ gewürfelt wird, erhält man 1€ ausgezahlt. Fällt eine „6“, werden 4€ ausgezahlt. Ansonsten erhält man keine Auszahlung.

SCHRITT 1: Wahrscheinlichkeiten berechnen

Berechne die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Ereignisse

Ereignis A: *„eine 1 würfeln“* $\mathbf{P(A) = \frac{1}{6}}$

Ereignis B: *„eine 6 würfeln“* $\mathbf{P(B) = \frac{1}{6}}$

Ereignis C: *„eine 2, 3, 4 oder 5 würfeln“* $\mathbf{P(C) = \frac{4}{6}}$

SCHRITT 2: möglichen Gewinn berechnen

Ermittle den Gewinn bei Eintreten des jeweiligen Ereignisses

Bedenke, dass 1€ eingezahlt wird!

A: Der Spieler erhält 0€ Gewinn *(1€ Auszahlung - 1€ Einsatz)*

B: Der Spieler erhält 3€ Gewinn *(4€ Auszahlung - 1€ Einsatz)*

C: Der Spieler verliert 1€, gewinnt also -1€ *(0€ Auszahlung - 1€ Einsatz)*

ERWARTUNGSWERT

Bei einem Glücksspiel wird einmal gewürfelt. Der Einsatz beträgt 1€. Wenn eine „1“ gewürfelt wird, erhält man 1€ ausgezahlt. Fällt eine „6“, werden 4€ ausgezahlt. Ansonsten erhält man keine Auszahlung.

SCHRITT 3: Tabelle erstellen

Erhalte eine bessere Übersicht über das bereits Errechnete.

Ereignis	A	B	C
Gewinn g	0	3	-1
P(X = g)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$

SCHRITT 4: Erwartungswert berechnen

$$\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + x_3 \cdot P(X = x_3)$$

$$\mu = 0 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + (-1) \cdot \frac{4}{6}$$

$$= -\frac{1}{6} \approx -0,17$$

INTERPRETATION

Auf lange Sicht, bei vielen Wiederholungen, wird man pro Spiel ca. 17 Cent verlieren. Das Glücksspiel ist für den Veranstalter am lukrativsten.