KOMBINATORIK

Die Kombinatorik untersucht,
wie viele unterschiedliche Möglichkeiten es bei der Anordnung einer bestimmten Anzahl an Objekten gibt.
Hierbei ist entscheidend, ob die Reihenfolge der Objekte eine Rolle spielt und ob die Objekte wiederholt auftreten dürfen.

Es gilt zwischen folgenden Formeln zu wählen:

	mit Reihenfolge	ohne Reihenfolge
mit Zurücklegen	n^k	$\binom{n+k-1}{k}$
ohne Zurücklegen	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

KOMBINATORIK

BEISPIELAUFGABE

Auf acht Karten befinden sich die Zahlen von 1 bis 8. Drei Karten werden der Reihe nach gezogen und wieder zurückgelegt.
Bestimme die Anzahl aller möglichen Zahlenkombinationen.

SCHRITT 1: DIE ZU VERWENDENDE FORMEL ERMITTELN

Mit oder ohne Zurücklegen?

Da die Karten wieder zurückgelegt und somit erneut gezogen werden können, wird **mit Zurücklegen** gespielt.

Mit oder ohne Reihenfolge?

Macht es einen Unterschied, wenn die Karten unterschiedliche Reihenfolgen haben? JA: Es wird also **mit Reihenfolge** gespielt.
Gesucht ist die Anzahl an Zahlenkombinationen, werden z.B. die Karten 3, 7 und 9 gezogen, ergibt jede Reihenfolge eine andere Zahl: 379; 739; 973 etc.

mit Zurücklegen
mit Reihenfolge

$$\boxed{n^k}$$

KOMBINATORIK

n^k

BEISPIELAUFGABE

Auf acht Karten befinden sich die Zahlen von 1 bis 8. Drei Karten werden der Reihe nach gezogen und wieder zurückgelegt.
Bestimme die Anzahl aller möglichen Zahlenkombinationen.

SCHRITT 2: N UND K ERMITTELN

*Es werden **k** Objekte aus einer Gesamtheit von **n** Objekten gezogen.*

n = 8

Die Zahlen von 1 bis 8 sind die unterschiedlichen Objekte, aus denen die Anordnungen erzeugt werden.

k = 3

Es werden drei Zahlen (auf den Karten) gezogen und angeordnet.

SCHRITT 3: ANZAHL AN MÖGLICHKEITEN BERECHNEN

$$n^k = 8^3 = 512$$

Es gibt 512 mögliche Zahlenkombinationen.

KOMBINATORIK

BEISPIELAUFGABE

Bei einem Wettkampf in der Leichtathletik werden aus den ersten fünf Läufern drei für eine Dopingkontrolle ausgewählt. **Bestimme die Anzahl aller möglichen Kombinationen für diese Auswahl.**

SCHRITT 1: DIE ZU VERWENDENDE FORMEL ERMITTELN

Mit oder ohne Zurücklegen?

Wird ein erster Läufer für die Dopingkontrolle ausgewählt, wird der zweite im Anschluss nur noch aus vier Läufern „gezogen“:
ohne Zurücklegen.

Mit oder ohne Reihenfolge?

Werden die Personen A, B und C für die Dopingkontrolle ausgewählt, ist es egal, in welcher Reihenfolge sie ausgewählt wurden (*ABC, BAC, CBA, etc.*), diese Dreierkombi wird nur als eine mögliche Kombination gewertet:
ohne Reihenfolge.

ohne Zurücklegen
ohne Reihenfolge

$$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}}$$

KOMBINATORIK

$\binom{n}{k}$

BEISPIELAUFGABE

Bei einem Wettkampf in der Leichtathletik werden aus den ersten fünf Läufern drei für eine Dopingkontrolle ausgewählt. **Bestimme die Anzahl aller möglichen Kombinationen für diese Auswahl.**

SCHRITT 2: N UND K ERMITTELN

*Es werden **k** Objekte aus einer Gesamtheit von **n** Objekten gezogen.*

n = 5

Es wird aus den ersten fünf Läufern (Gesamtmenge) ausgewählt.

k = 3

Bei „nur" drei Läufern wird eine Kontrolle durchgeführt.

SCHRITT 3: ANZAHL AN MÖGLICHKEITEN BERECHNEN

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

Es gibt zehn Kombinationsmöglichkeiten drei Läufer auszuwählen.