Kopfrechnen

GRUNDLAGEN

Die folgenden Grundlagen helfen dabei schneller Fortschritte bei den täglichen Kopfrechenübungen zu erzielen:

1. **Kleines 1x1**
   Lerne mind. das kleine 1x1 auswendig (evtl. auch das große 1x1).
   Ich gehe davon aus, dass jeder das kleine 1x1 kennt und spare mir, dieses runterzuschreiben.

2. **Quadratzahlen**
   Lerne die Quadratzahlen von 1 - 20 auswendig.

3. **Potenzen & Potenzgesetze**
   Lerne mind. die ersten Potenzen von 2 - 5 auswendig.

4. **Umrechnen von Dezimalzahlen in Brüche**
   Rechne Dezimalzahlen immer in Brüche um, so lässt es sich leichter weiterrechnen.

5. **Brüche kürzen**
   Kürze die Brüche so weit, wie möglich. Werden zwei Brüche miteinander multipliziert, darf auch über Kreuz gekürzt werden.

6. **Addition, Subtraktion, Multiplikation & Division von Brüchen**

7. **Addition, Subtraktion, Multiplikation & Division ganzer Zahlen**
   Übe ganze Zahlen zu zerlegen & vereinfachen, um dir das Rechnen mit ganzen Zahlen zu erleichtern.

ALLGEMEINE INFOS

Kopfrechnen

QUADRATZAHLEN

2

multipliziert man eine ganze Zahl mit sich selbst, so erhält man ihre Quadratzahl

$1 \cdot 1 = 1$	$11 \cdot 11 = 121$	$25 \cdot 25 = 625$
$2 \cdot 2 = 4$	$12 \cdot 12 = 144$	$30 \cdot 30 = 900$
$3 \cdot 3 = 9$	$13 \cdot 13 = 169$	$40 \cdot 40 = 1600$
$4 \cdot 4 = 16$	$14 \cdot 14 = 196$	$50 \cdot 50 = 2500$
$5 \cdot 5 = 25$	$15 \cdot 15 = 225$	$60 \cdot 60 = 3600$
$6 \cdot 6 = 36$	$16 \cdot 16 = 256$	$70 \cdot 70 = 4900$
$7 \cdot 7 = 49$	$17 \cdot 17 = 289$	$80 \cdot 80 = 6400$
$8 \cdot 8 = 64$	$18 \cdot 18 = 324$	$90 \cdot 90 = 8100$
$9 \cdot 9 = 81$	$19 \cdot 19 = 361$	$100 \cdot 100 = 10000$
$10 \cdot 10 = 100$	$20 \cdot 20 = 400$	

instantMATHE

umgekehrt:

zieht man die Wurzel aus einer Quadratzahl, so ergibt das die ganze Zahl (die mit sich selbst multipliziert die Quadratzahl ergibt).

POTENZEN

diese Potenztabelle kann beliebig weitergeführt werden, die Zahlen werden jedoch schnell sehr groß

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256		
5	25	125	625		
6	36	216			
7	49	343			
8	64	512			
9	81	729			

instantMATHE

die ersten zehn 2er - Potenzen sollten beherrscht werden:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024

POTENZGESETZE

Potenz

Basis a^n Exponent

GESETZ	BEISPIEL
gleiche Basis	
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$
gleicher Exponent	
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$4^5 \cdot 2^5 = (4 \cdot 2)^5 = 8^5$
$a^n : b^n = (a : b)^n$	$4^5 : 2^5 = (4 : 2)^5 = 2^5$
weitere	
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
$a^0 = 1$	$3217^0 = 1$

instantMATHE

DEZIMALZAHLEN UMRECHNEN

Dezimalzahlen können wie folgt in Brüche umgerechnet werden:

Hundertstel

$$0{,}375 = \frac{375}{1000} \overset{\text{kürzen (:125)}}{=} \frac{3}{8}$$

Zehntel *Tausendstel*

zusätzlich sollte die folgende Tabelle auswendig gelernt werden:

$0{,}1 = \frac{1}{10}$	$0{,}3 = \frac{3}{10}$	$0{,}7 = \frac{7}{10}$	$0{,}9 = \frac{9}{10}$
$0{,}125 = \frac{1}{8}$	$0{,}375 = \frac{3}{8}$	$0{,}625 = \frac{5}{8}$	$0{,}875 = \frac{7}{8}$
$0{,}2 = \frac{1}{5}$	$0{,}4 = \frac{2}{5}$	$0{,}6 = \frac{3}{5}$	$0{,}8 = \frac{4}{5}$
$0{,}25 = \frac{1}{4}$	$0{,}75 = \frac{3}{4}$		
$0{,}5 = \frac{1}{2}$			

instantMATHE

BRÜCHE KÜRZEN

einzelne Brüche kürzen

Ein Bruch kann gekürzt werden, indem Zähler und Nenner durch die selbe Zahl dividiert werden (*Zähler und Nenner müssen also einen gemeinsamen Teiler besitzen*):

$$\frac{4}{5}$$

Teiler der 4: 1, 2, 4

Teiler der 5: 1, 5

4 und 5 haben keinen gemeinsamen Teiler, es kann also nicht gekürzt werden.

$$\frac{12^{:6}}{18^{:6}} = \frac{2}{3}$$

Teiler der 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Teiler der 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

12 und 18 haben mehrere gemeinsame Teiler, der größte ist 6, beide Zahlen werden also durch 6 dividiert.

zwei Brüche über Kreuz kürzen

Nur wenn zwei Brüche miteinander multipliziert werden, kann über Kreuz gekürzt werden:

$$\frac{7}{24^{:8}} : \frac{16^{:8}}{9} \Rightarrow \frac{7}{\cancel{24}^{3}} : \frac{\cancel{16}^{2}}{9} = \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{9}$$

Haben die 7 und die 9 einen gemeinsamen Teiler?

NEIN, es kann nicht gekürzt werden!

Haben die 24 und die 16 einen gemeinsamen Teiler?

JA, größter gemeinsamer Teiler ist 8, beide Zahlen werden durch 8 geteilt.

RECHNEN MIT BRÜCHEN

Bruch

$$\frac{3}{8}$$

Zähler

Nenner

Brüche addieren & subtrahieren

- *beide Brüche benötigen den gleichen Nenner (ggf. Brüche erweitern)*
- *die Zähler addieren/subtrahieren, der Nenner bleibt*

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1 \qquad \frac{3^{\cdot 5}}{4^{\cdot 5}} - \frac{1^{\cdot 4}}{5^{\cdot 4}} = \frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$$

Brüche multiplizieren

- *Zähler mit Zähler multiplizieren & Nenner mit Nenner multiplizieren*
- *es darf über Kreuz gekürzt werden*

$$\frac{7^{:7}}{15^{:3}} \cdot \frac{18^{:3}}{49^{:7}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{35}$$

Brüche dividieren

- *mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multiplizieren*
- *<u>Vorsicht:</u> nur bei der Multiplikation darf über Kreuz gekürzt werden*

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{9} = \frac{2}{3^{:3}} \cdot \frac{9^{:3}}{1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{1}$$

RECHNEN MIT GANZEN ZAHLEN

Es gibt ein paar Tricks, sich das Kopfrechnen mit größeren Zahlen zu vereinfachen:

Ganze Zahlen addieren

Zerlege die Summanden:

$$83 + 39 = (80 + 3) + (30 + 9)$$
$$= (80 + 30) + (3 + 9) = 110 + 12 = 122$$

Wenn ein Summand nah an der 100, 1000, … liegt:

$$159 + 198 = 159 + (200 - 2)$$
$$= (159 + 200) - 2 = 359 - 2 = 357$$

Ganze Zahlen subtrahieren

Vereinfache die Zahlen:

2500 ist in beiden Zahlen enthalten, ziehe diese ab

$$2678 - 2563$$
$$= 178 - 63$$
$$= 115$$

Ganze Zahlen multiplizieren

Zerlege einen Faktor:

25 = 100 : 4

$$36 \cdot 25 = 36 \cdot (100 : 4) = 36 : 4 \cdot 100$$
$$= 9 \cdot 100 = 900$$

Multiplikation mit 11:

- die rechte Zahl kommt nach rechts: 7
- die mittlere Zahl ergibt sich durch: 2 + 7 = 9
- die Zahl links kommt nach links: 2

$$27 \cdot 11$$
$$= 297$$